

I. Définition et vocabulaireDéfinition

Toute situation mathématique qui, à un nombre (de départ), associe **un seul** nombre (d'arrivée), peut être écrit avec un modèle mathématique que l'on appelle **une fonction**

Une fonction est une méthode pour écrire une situation mathématique qui à un nombre de départ associe un seul nombre d'arrivée.

Exemple

On considère le programme de calcul suivant

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Elever au carré.

Pour un nombre choisi au départ, le résultat du programme est un nombre unique

Ce programme de calcul peut être modélisé par une fonction.

Une fonction est généralement notée par une lettre.

On note de la façon suivante cette fonction.

$$f : x \mapsto (x + 5)^2$$

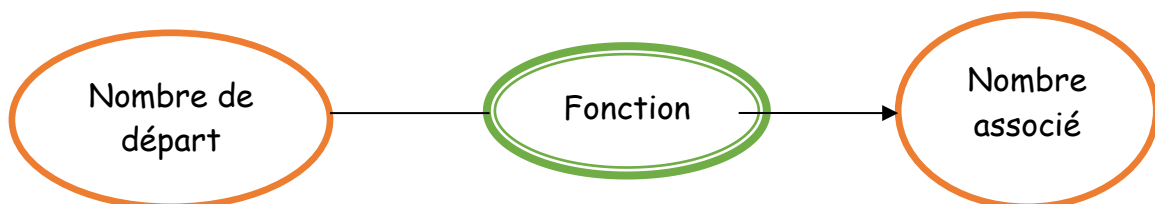
Dire " f est la fonction qui à x associe $(x + 5)^2$ »

Notation

La fonction f associe au nombre x (variable) un nombre unique noté $f(x)$ (lire « f de x »).

On note $f : x \mapsto f(x)$

Pour l'exemple précédent $f(x) = (x + 5)^2$



Vocabulaire

On considère une fonction f .

Soit a un nombre et b le nombre qui lui est associé par la fonction f .

On dit que le nombre b est l'image du nombre a par la fonction f .

On dit aussi que le nombre a est un antécédent du nombre b par la fonction f .

Exemple

On considère la fonction h définie par $h : x \mapsto x^2 - 1$.

$$h(3) = 3^2 - 1 = 8$$

Donc l'image du nombre 3 par la fonction h est 8.

Le nombre 3 est un antécédent de 8 par la fonction h .

Remarque :

Un nombre image peut avoir plusieurs antécédents

Par la fonction h , le nombre 8 a deux antécédents : 3, comme vu précédemment et -3 .

En effet, $h(-3) = (-3)^2 - 1 = 8$

Résumé

Soit f une fonction.

Au nombre x on associe le nombre $f(x)$

On note : $f : x \mapsto f(x)$

$f(x)$ est l'image du nombre x .

x est un antécédent du nombre y signifie que $y = f(x)$.

II. Définition d'une fonction avec une représentation graphique

Une fonction peut être définie par un graphique dans un repère du plan.

Définition

La représentation graphique d'une fonction f dans un repère est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$

Sur l'axe des abscisses (horizontal) on lit **les antécédents**

(*Antécédents de y ; y*)

Sur l'axe des ordonnées (vertical) on lit **les images**

($x ;$ *Image de $x = f(x)$*)

Lecture de l'image d'un nombre

Lire graphiquement l'image de 2 par f .

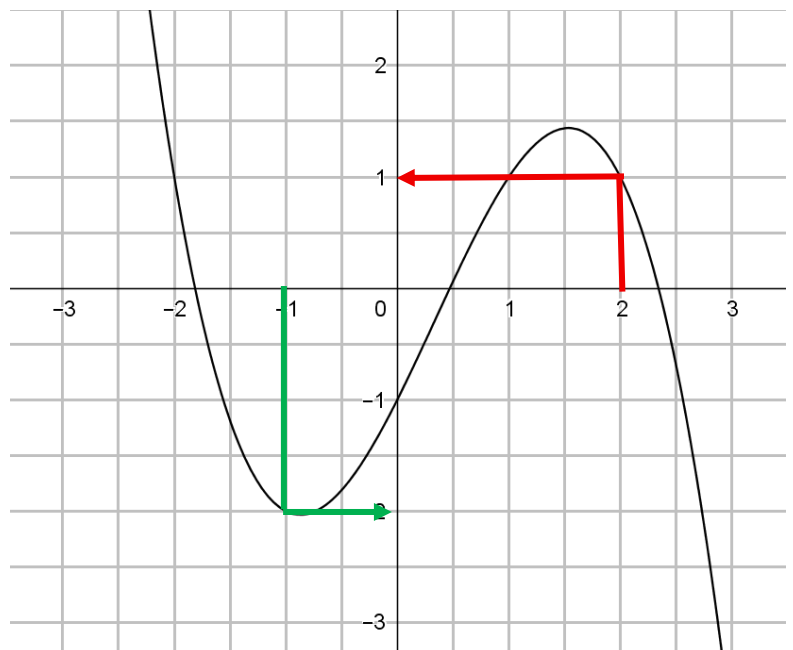
Sur le graphique précédent, l'image de 2 par lecture graphique est 1.

$$f(2) = 1.$$

Lire graphiquement l'image de -1 par f .

Par lecture graphique, l'image de -1 est environ -2.

$$f(-1) \cong -2$$



Lecture des antécédents d'un nombre :

Rechercher graphiquement les antécédents de 1.

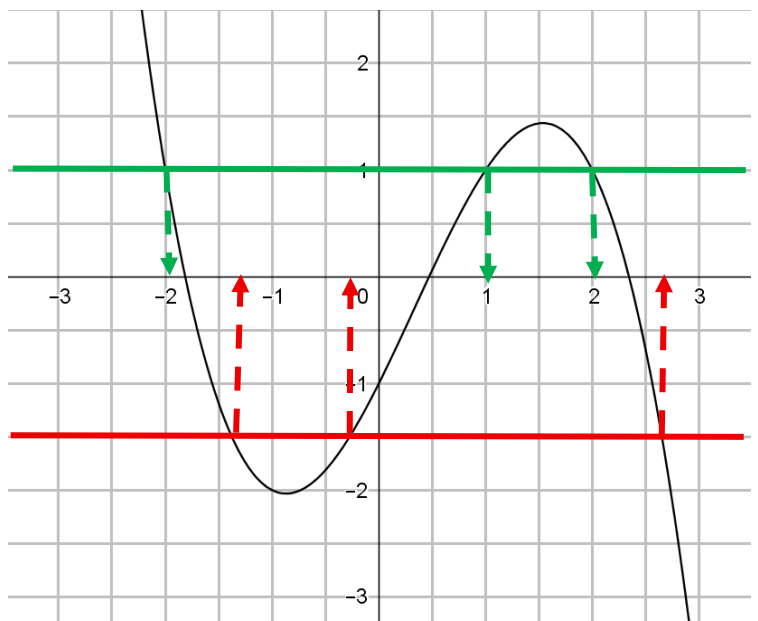
Pour les antécédents de 1, on trace la droite horizontale passant par $(0 ; 1)$.

Les antécédents de 1 sont : -2 ; 1 et 2.

Rechercher graphiquement les antécédents de -1,5.

Pour les antécédents de -1,5, on trace la droite horizontales passant par $(0 ; -1,5)$

Les antécédents de -1,5 sont : environ -1,3, environ -0,3 et environ 2,7.



III. Définir une fonction avec un tableau.

Une fonction peut être définie par **un tableau de valeurs**.

Exemple.

Le tableau suivant définit une fonction f qui à chaque nombre de la première ligne associe le nombre correspondant de la deuxième ligne.

Antécédent : x	0	1	2	3	4
Image : $g(x)$	3	5	3	1	- 5

L'image de 1 par g est 5 : $g(1) = 5$

Les antécédents de 3 par g sont 0 et 2. $3 = g(0) = g(2)$

IV. Avec une expression algébrique littérale.

Une fonction peut être définie par **une expression algébrique** dans laquelle figure la variable muette.

Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x + 7$.

Calcul de l'image d'un nombre

Pour calculer l'image d'un nombre, on substitue x par la valeur numérique dans l'expression et on effectue le calcul.

Calculer l'image de 5 par la fonction f .

$$f(5) = 4 \times 5 + 7$$

$$f(5) = 27$$

L'image de 5 par la fonction f est 27.

Calcul des antécédents d'un nombre

Pour trouver un antécédent d'un nombre y , il faut résoudre l'équation : $f(x) = y$.

Calculer le ou les antécédents de 28 par la fonction f .

x est la solution de l'équation

$$f(x) = 28$$

$$\text{Soit } 4x + 7 = 28$$

$$4x = 21$$

$$4x = 28 - 7$$

$$x = \frac{21}{4} = 5,25$$

L'antécédent de 28 par f est 5,25.

V. Synthèse

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto x^2 - 2$

Tableau de valeurs

On peut remplir le tableau de valeurs suivant en utilisant une feuille de calcul dans un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	f(x)											
3												

A l'aide de la formule algébrique de la fonction, on écrit une formule dans la cellule B2 pour calculer l'image de 2 par f . On commence en tapant « = ».

Dans la cellule B2, on peut saisir : **$= B1 * B1 - 2$** ou **$= B1^2 - 2$** .

Puis, on étend la formule aux autres cellules.

On obtient le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	2	0,25	-1	-1,75	-2	-1,75	-1	0,25	2	4,25	7

Représentation graphique

Pour tracer la représentation graphique de la fonction f , on trace tout d'abord un repère sur une feuille de papier millimétré.

Sur l'axe des abscisses, on prendra 2 cm pour une unité.

Sur l'axe des ordonnées, on prendra 2 cm pour une unité.

Puis, on place chaque point à l'aide du tableau de valeurs précédent.

On place ainsi le point de coordonnées $(-2 ; 2)$.

Et ainsi de suite.

Enfin, à main levée dans ce cas, on relie les points afin d'obtenir la courbe représentative de la fonction f que l'on nommera C_f .

Et tracer la représentation graphique de la fonction f point par point.

