Nombres et calculs

- Puissance d'un nombre relatif.
- Règles de calculs sur les puissances.
- Priorité opératoire.
- Notation scientifiques.

I. Puissances d'un nombre relatif

a/ Puissances d'exposant entier positif

Définition

a désigne un nombre relatif et **n** désigne un nombre entier positif non nul.

Le produit de **n** facteurs tous égaux à **a** se note a^n.

a^n est la puissance n de a et se lit « a exposant **n** »

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

Exemples

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
- $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$
- $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$

Cas particuliers

$a^1 = a$

Pour $a \neq 0$, on convient que $a^0 = 1$

Exemples

$(-7)^1 = -7$
$3{,}7^0 = 1$

b/ Puissances d'exposant entier négatif.

Définition

a désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier positif non nul

Le nombre a^{-n} est l'inverse du nombre a^n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

• $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

• $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}00001$

Cas particuliers

Pour $a \neq 0$; $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$. Ainsi a^{-1} est l'inverse du nombre a.

Exemple

• $7^{-1} = \frac{1}{7}$

• $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

II. Puissances et règle de priorité

Règle de priorité

→ En l'absence de parenthèses, on calcule les puissances avant d'effectuer les autres opérations (× et : et ensuite + et –)

→ En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples

$A = 5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$

$B = -4^2 = -16$

$C = -2 \times 5^2 + 3 \times 5 + 9$
$C = -2 \times 25 + 15 + 9$
$C = -50 + 24$
$C = -26$

$D = (3 - 7)^2 = (-4)^2 = 16$

III. Nombres décimaux et puissances de 10

La lettre n désigne un entier positif.

Quand on multiplie un nombre décimal par 10^n, on déplace la virgule de n rangs vers la droite.

Quand on multiplie un nombre décimal par 10^{-n} on déplace la virgule de n rangs vers la gauche.

IV. Ecriture scientifique d'un nombre décimal.

Définition

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est l'unique écriture de la forme $a \times 10^{n}$ dans laquelle :

● $1 \leq a < 10$

a est un nombre décimal qui possède un seul chiffre avant la virgule, ce chiffre étant non nul ;

● n est un nombre entier relatif.

Exemple

→ E = $7{,}45 \times 10^3$
E est en écriture scientifique. a = 7,45 et n = 3
$7{,}45 \times 10^3$ est l 'écriture scientifique du nombre 7 450

→ G = $5{,}2 \times 10^{-2}$
G est écrit en notation scientifique : a = 5,56 et n = - 2
$5{,}2 \times 10^{-2}$ est l'écriture scientifique du nombre 0,052

→ H = $0{,}38 \times 10^5$
H n'est pas écrit en notation scientifique, car le chiffre avant la virgule est 0.
$0{,}38 \times 10^5$ peut être écrit en notation scientifique.
$0{,}38 \times 10^5 = 38\,000 = 3{,}8 \times 10^4$

Remarques.

Cette notation permet d'écrire plus facilement des approximations des nombres décimaux très grands ou très petits.

1 259 569 836 $\cong 1.25 \times 10^9$
0,0000000123146 $\cong 1{,}23 \times 10^{-9}$

Elle permet aussi de comparer plus facilement des nombres.

On compare en premier les puissances de 10. Si elles sont différentes, le plus grand nombre est celui qui a la plus grande puissance de 10. Si elles sont égales, on compare les nombres placés avant la puissance de 10.

$5{,}56 \times 10^{56} < 2{,}4 \times 10^{57}$

$2{,}6 \times 10^{-26} > 2{,}35 \times 10^{-26}$

Méthode :

Effectuer des calculs de puissances et présenter le résultat en notation scientifique

Calculer et donner le résultat en notation scientifique et décimale :

A = $7{,}5 \times 10^5 \times 4 \times 8{,}2 \times (10^{-1})^2$ B = $8 \times 10^2 + 85 \times 10^{-2}$

C = $\dfrac{3\times10^3\times7\times10^2}{50\times10}$

$A = 7{,}5 \times 4 \times 8{,}2 \times 10^5 \times (10^{-1})^2$ $\mathrm{A} = 246 \times 10^5 \times (0{,}1)^2$ $\mathrm{A} = 246 \times 100\,000\ x \times 0{,}01$ $\mathrm{A} = 246 \times 1000$ $\mathrm{A} = 246\,000$ (*Écriture décimale*) $\mathrm{A} = 2{,}46 \times 10^5$ (*Écriture scientifique*)	$B = 8 \times 10^2 + 85 \times 10^{-2}$ $B = 800 + 0{,}85$ $B = 800{,}85$ $B = 8{,}0085 \times 10^2$	$C = \dfrac{3 \times 10^3 \times 7 \times 10^2}{50 \times 10}$ $\mathrm{C} = \dfrac{3 \times 7}{50} \times \dfrac{10^3 \times 10^2}{10}$ $\mathrm{C} = 0{,}42 \times \dfrac{1000 \times 100}{10}$ $\mathrm{C} = 0{,}42 \times 10\,000$ $\mathrm{C} = 4\,200$ $\mathrm{C} = 4{,}2 \times 10^3$

Résolution d'un problème avec des nombres en écriture scientifique.

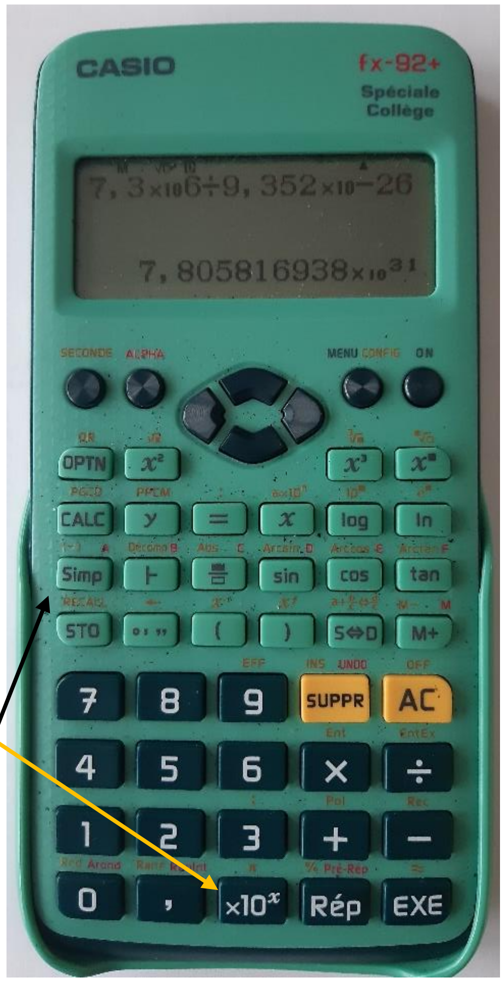
La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7 300 tonnes. On considère que la structure est composée essentiellement de fer.

Sachant qu'un atome de fer a une masse de $9{,}352 \times 10^{-26}$ kg, combien y a-t-il d'atomes de fer dans la structure ? Arrondir.

7 300 tonnes = 7 300 000 kg $= 7{,}3 \times 10^{6}$ kg.

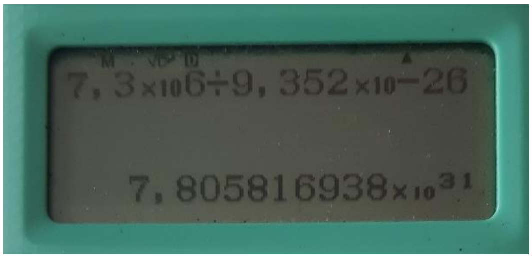
Calcul du nombres d'atomes de fer dans la structure de la Tour Eiffel.

$$7{,}3 \times 10^{6} : 9{,}352 \times 10^{-26} \cong 7{,}81 \times 10^{31}$$



Dans la structure de la Tour Eiffel, il y a environ $7{,}81 \times 10^{31}$ atomes de fer.

On utilise la touche $\boxed{\times 10^{x}}$



Remarques :

Il ne faut pas taper sur la touche $\boxed{\times}$.

Le signe – se fait avec les touches $\boxed{\text{Seconde}}$ et $\boxed{(-)}$

VI. Préfixes multiplicatifs (pour rappel).

	Plus grand que l'unité					Unité	Plus petit que l'unité				
Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca		déci	centi	milli	micro	Nano
Symbole	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n
Puissance associée	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

3,2 km = $3,2 \times 10^3$ m = 3 200 m

2,5 Gm = $2,5 \times 10^9$ m= 2 500 000 000 m.

52 000 000 o = 52×10^6 o = 52 Mo

5 μm = 5×10^{-6} m = 0,000005 m