
SOMMAIRE

Chapitre 1 : Enchaînement d'opérations

Chapitre 2 – La symétrie centrale

Chapitre 3 : Calcul littéral

Chapitre 4 – Le parallélogramme – partie 1

Chapitre 5 - Proportionnalité

Définition

Echelle

Pourcentage

Chapitre 6 – Les nombres relatifs

Chapitre 7- Le parallélogramme – partie 2

Chapitre 8 – La distributivité

Chapitre 9- Vocabulaire sur les angles

Chapitre 10 – Les nombres rationnels

Chapitre 11 - Parallélisme et angles

Chapitre 12 -statistiques

Chapitre 13

Chapitre 14

Chapitre 15

Chapitre 16

Chapitre 17

Chapitre 1

Enchaînement d'opérations.

[Sommaire](#)

I. Opérations

1. Addition

L'**addition** est l'opération qui permet de calculer **la somme** de deux nombres. Ces deux nombres sont appelés **les termes** de l'addition.

2. La soustraction

La **soustraction** est l'opération qui permet de calculer **la différence** de deux nombres. Ces deux nombres sont **les termes** de la soustraction.

3. La multiplication.

Le **multiplication** est l'opération qui permet de calculer **le produit** de deux nombres. Ces deux nombres sont appelés **les facteurs** de la multiplication.

4. La division décimale

La **division décimale** est l'opération qui permet de calculer **le quotient** de deux nombres. Le quotient d'un nombre a par un nombre b ($b \neq 0$) se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.
 a et **le dividende** et b **le diviseur**.

II. Expressions sans parenthèses

Règle n°1 : Suite d'additions et de soustractions

En l'absence de parenthèses, on effectue les additions et les soustractions de la gauche vers la droite.

Règle n°2 : Suite de multiplications et de divisions.

En l'absence de parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions de la gauche vers la droite.

$$\begin{aligned}
 A &= 25 + 6 - 5 - 7 & B &= 45 : 5 \times 2 : 4 \\
 &= 31 - 5 - 7 & &= 9 \times 2 : 4 \\
 &= 26 - 7 & &= 18 : 4 \\
 &= 19 & &= 4,5
 \end{aligned}$$

Règle n°3 : Priorité de la multiplication.

Dans une expression algébrique sans parenthèses, on effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions.

On dit **que la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et à la soustraction.**

Exemples

$E = 6 + 8 \times 3$	$F = 2 \times 15 - 3 \times 8 : 2$	$G = 6 \times 4 + 3 \times 5$
$E = 6 + 24$	$F = 30 - 24 : 2$	$G = 24 + 15$
$E = 30$	$F = 30 - 12$	$G = 39$
	$F = 18$	

III. Calcul d'une expression avec parenthèses

La place des parenthèses a une importance, elles indiquent une priorité.

Règle 4

On commence par effectuer les calculs entre parenthèses.

Exemples.

$A = 52 + 4 \times (7 + 2)$ $A = 52 + 4 \times 9$ $A = 52 + 36$ $A = 88$	<p>L'opération $7+2$ est entre parenthèses, donc on effectue en premier les opérations qui sont à l'intérieur.</p> <p>Ensuite on calcule le produit 4×9 qui est prioritaire car il n'y a plus de parenthèses.</p>
$B = 5 + [3 \times (7 - 2) - 3 \times 4]$ $B = 5 + [3 \times 5 - 3 \times 4]$ $B = 5 + [15 - 12]$ $B = 5 + 3$ $B = 8$	<p>On effectue d'abord le calcul dans les parenthèses les plus intérieures. Donc $7-2$.</p> <p>Puis dans le crochet, on effectue les deux multiplications.</p>

Chapitre 2

La symétrie centrale

[Sommaire](#)

I. Symétrie centrale

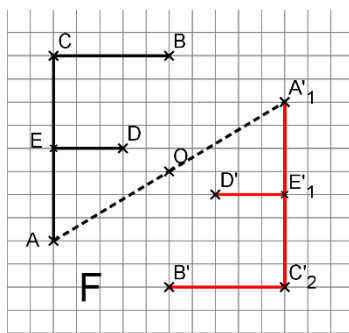
Définition

Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** si elles sont superposables par demi-tour autour de ce point.

Ce point est appelé **le centre de la symétrie centrale**

Exemple



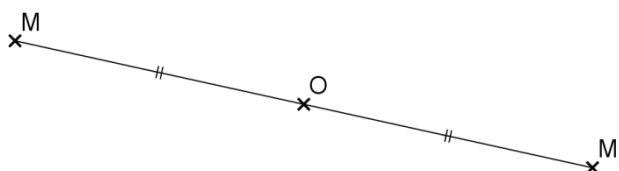
Les figures F et F' sont symétriques par rapport au point O

Propriété

Le symétrique d'un point A par rapport au point O est le point A' tel que le point O est le milieu du segment [AA']

Autrement dit :

Si le point O est le milieu de [MM'] alors les points M et M' sont symétriques par rapport à O
On dit que M' est le symétrique de M par la symétrie centrale de centre O.
Le symétrique du point O par rapport à O est le point O lui-même.



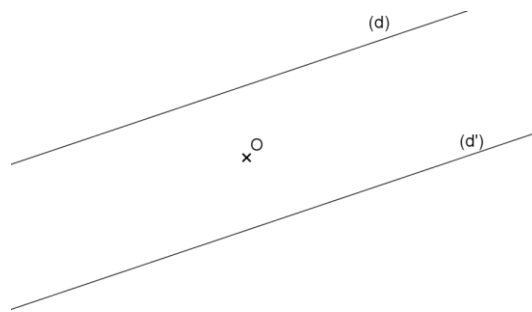
II. Propriétés de la symétrie centrale.a/ Propriétés fondamentales

La symétrie centrale conserve :

- Les longueurs
- L'alignement des points
- Le milieu des segments
- Les mesures d'angles
- Les aires.

b/ Symétriques de figures particulières.a / Symétrie d'une droite.

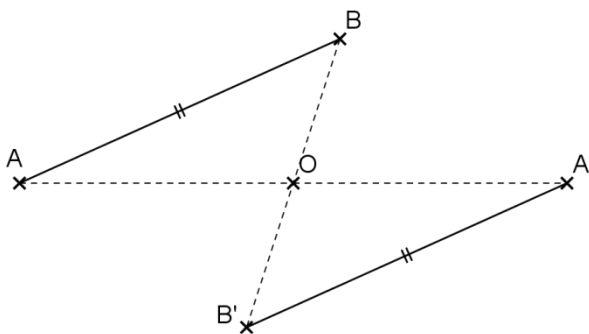
Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.



(d) et (d') sont symétriques par rapport au point O, donc elles sont parallèles.

b / Symétrie d'un segment

Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.



Données : [A'B'] est le symétrique de [AB] par rapport au point O

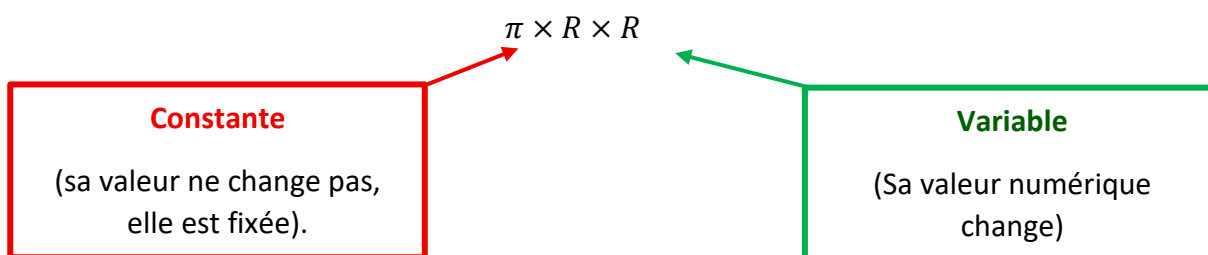
Donc $AB = A'B'$

Chapitre 3
Calcul littéral[Sommaire](#)I. Expressions littéralesDéfinition

Une expression littérale est une expression algébrique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont remplacés par des lettres.

Exemples

> L'aire du disque de rayon R est donné par l'expression littérale :



> Programme de calculs :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier par 3 ;
- Ajouter 5.

On désigne par x le nombre choisi.

Ce programme se traduit par l'expression littérale $x \times 3 + 5$.

> Soit n un nombre entier. Cela veut dire que n représente un nombre entier, c'est une variable.

- $3 \times n$ représente le triple du nombre n .
- Le nombre suivant n est donné par l'expression littérale $n + 1$.
- L'expression $2 \times n$ désigne un nombre pair.
- L'expression $2 \times n + 1$ est un nombre impair.

II. Substituer la variable par une valeur numériqueÀ connaître

Pour calculer une expression littérale pour une valeur numérique de celle-ci, il suffit de remplacer la lettre par ce nombre puis on effectue les calculs en respectant les priorités opératoires.

Exemple :

Calcule l'expression $A = 5 \times x \times (x + 2)$ pour $x = 3$.

$$A = 5 \times 3 \times (3 + 2)$$

On remplace la lettre x par sa valeur **3**.

$$A = 15 \times 5$$

On effectue les calculs.

$$A = 75$$

Remarque : dans l'expression $5 \times x + 2 \times x$, la lettre x représente le même nombre.

III. Produire une expression littéraleDéfinition

Toute situation (concrète, géométrique, abstraite) dans laquelle une valeur numérique est variable peut être modélisée cad traduite par une expression littérale.

La lettre qui représente cette valeur numérique variable doit être définie explicitement.

Exemple

Paul a constaté que chaque déplacement pour son travail lui coûte 160 €.

Il a modélisé le coût de ses voyages par une expression littérale dans laquelle la variable s'appelle x et qui représente le nombre de voyages effectués.

L'expression obtenue est

$$160 \times x$$

Ainsi pour 12 voyages, cela lui coûte $160 \times 12 = 1920$ €.

Jean lui a opté pour une formule particulière, il a acheté un abonnement de 150 € et ainsi un voyage ne lui coûte que 110 €.

L'expression littérale qui modélise le coût total des ses voyages est

$$110 \times x + 150$$

Ainsi pour 12 voyages, cela lui coûte :

$$110 \times 12 + 150 = 1470 \text{ €}$$

IV. Convention de simplification d'écriture.Règle

Dans une expression littérale, on n'écrit pas les signes \times si ils sont placés avant une lettre ou une parenthèse.

Exemples

$$3 \times x = 3x$$

$$2 \times (3 + x) = 2(3 + x)$$

$$a \times b = ab$$

$$a \times a = a^2$$

$$b \times b \times b = b^3$$

Remarque

Lorsque l'on remplace une variable par une valeur numérique, on doit écrire les signes \times qui ne sont pas écrits dans l'expression littérale.

Calcule l'expression $A = 3x + 7$ pour $x = 9$.

$$A = 3 \times 9 + 7$$

On remplace la lettre x par sa valeur 9 en écrivant le signe \times .

$$A = 27 + 7$$

On effectue les calculs.

$$A = 34$$

Chapitre 4

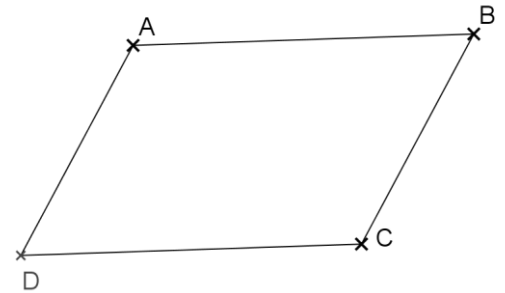
Le parallélogramme – Partie 1

[Sommaire](#)

I. Le parallélogramme

a/ Définition :

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



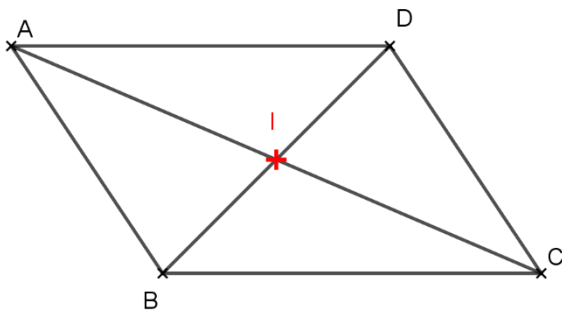
Réciproquement

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

II. Éléments de symétrie.

Propriété 1 - Centre de symétrie.

Le parallélogramme a **un centre de symétrie** qu'on appelle « centre du parallélogramme ». C'est l'intersection de ses diagonales.



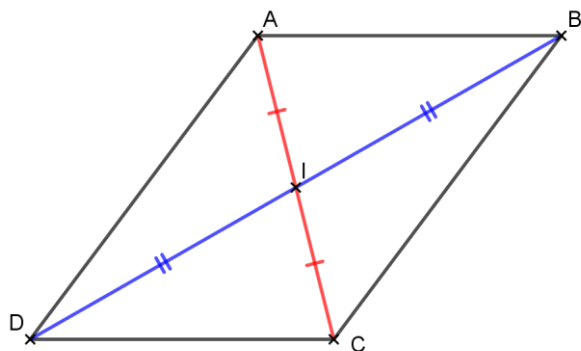
ABCD est un parallélogramme et I est l'intersection de ses diagonales

Donc

I est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.

III. Propriétés du parallélogrammePropriété 2 – Diagonales.

- Dans un parallélogramme, les diagonales ont le même milieu.
- Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu (ou se coupent en leur milieu).



Je sais que :

ABCD est un parallélogramme et I est l'intersection de ses diagonales

Or, je connais la propriété :

Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

Donc, je peux affirmer :

I est le milieu de la diagonale [AC] et de la diagonale [BD].

Propriété 3 – Longueur des côtés opposés

- Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.
- Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

Je sais que :

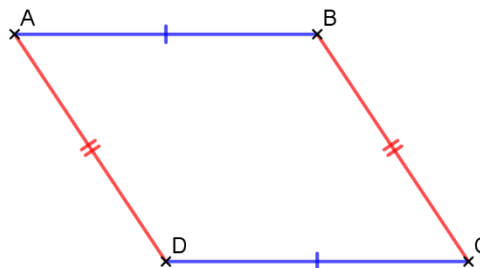
ABCD est un parallélogramme

Or, je connais la propriété :

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Donc, je peux affirmer :

Donc $AB = CD$ et $BC = AD$.

Propriété 4 – Angles opposés

- Les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure.

Je sais que :

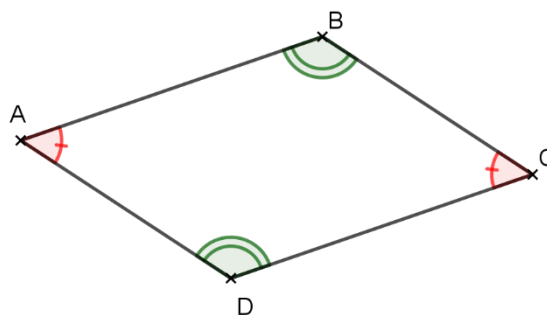
ABCD est un parallélogramme

Or, je connais la propriété :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure.

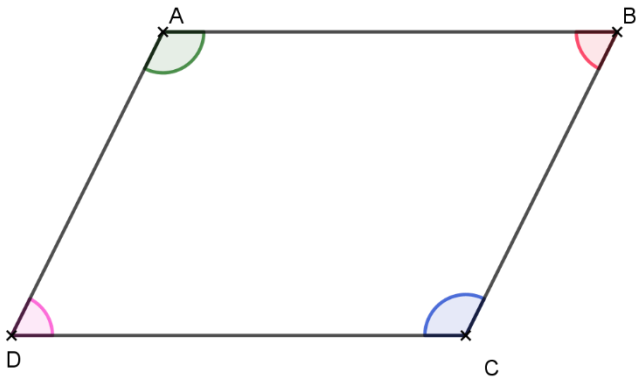
Donc, je peux affirmer :

Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.



Propriété 5 – Angles consécutifs

- Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leur mesure est égale à 180°).



ABCD est un parallélogramme

Donc :

$$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180^\circ$$

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180^\circ$$

$$\widehat{BCD} + \widehat{CDA} = 180^\circ$$

$$\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ$$

Chapitre 5 Proportionnalité

[Sommaire](#)

I. Grandeurs proportionnelles

Définition 1

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si elles évoluent dans les mêmes **proportions**.

Exemple

A une station essence, le prix en euros du carburant est proportionnel à la quantité de carburant acheté. Ainsi, si 5 litres de carburant coutent 12 euros, alors 10 litres vont couter 2 fois plus, soit $2 \times 12 = 24$ euros.

II. Appliquer une situation de proportionnalité

1/ Opérations sur les colonnes.

Pour compléter un tableau, dans une situation de proportionnalité, on peut effectuer des opérations sur les colonnes.

Exemples

Chez un vendeur de fruits et légumes, le prix à payer et la masse de pommes sont proportionnels.

On donne le tableau de proportionnalité suivant.

Multiplier une colonne :

Masse de pommes en kg	8	16 (16 = 8 × 2)	2 (2 = 8 : 4)
Prix en euros	7,72	7,72 × 2 = 15,44	7,72 : 4 = 1,93

Additionner deux colonnes :

Masse de pommes en kg	8	16	2	18 (18 = 16 + 2)
Prix en euros	7,72	15,44	1,93	15,44 + 1,93 = 17,37

2/ Utiliser le coefficient de proportionnalité.[Sommaire](#)Définition 2

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'une s'obtient en multipliant (ou en divisant) l'autre par **un même nombre non nul**.

Ce coefficient multiplicateur est appelé **le coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1

2 m² de carrelage coûte 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée.

Compléter le tableau :

Qté en m ²	2	1	10	12	20	25	30	40	50
Prix en €	40								

On détermine le coefficient de proportionnalité.

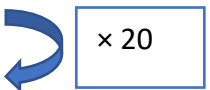
$$40 : 2 = 20.$$

Donc le coefficient de proportionnalité est 20.

Ce qui signifie également que 1 m² de carrelage coûte 20 €.

Ainsi, les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par 20.

Qté en m ²	2	1	10	12	20	25	30	40	50
Prix en €	40	20	200	240	400	500	600	800	1000



III. Identifier une situation de proportionnalité à partir d'un tableauPropriété

On reconnaît un tableau de proportionnalité lorsque tous les quotients sont égaux.

Exemple

4	7	9	10,6	13,9
21,2	37,1	47,7	56,18	73,67

$$\frac{21,2}{4} = 5,3$$

$$\frac{47,7}{9} = 5,3$$

$$\frac{37,1}{7} = 5,3$$

$$\frac{56,18}{10,6} = 5,3$$

$$\frac{73,67}{13,9} = 5,3$$

Les quotients sont égaux donc c'est un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est 5,3.

III. Echelle d'une figureDéfinition

Sur un plan à l'échelle, les longueurs du plan sont proportionnelles aux longueurs réelles.

L'échelle d'un plan est **le quotient** d'une longueur du plan par la longueur réelle correspondante lorsque ces longueurs sont exprimées dans la même unité.

L'échelle d'un plan est **le coefficient de proportionnalité** par lequel on multiplie les grandeurs réelles pour obtenir les grandeurs sur le plan dans la même unité.

Exemple


Un plan est à l'échelle 1/200.

Cela signifie que **1 cm** sur le plan représente **200 cm** dans la réalité.

1) Utiliser une échelleExemple 1

A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle 1/200 ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

Carte :	1	8,3	 × 200
Réel :	200	1 660	

$$8,3 \times 200 = 1\,660 \text{ cm}$$


La distance réelle est égale à 1 660 cm = 16,6 m

Exemple 2

A quelle distance sur le plan correspond une longueur réelle de 5 km pour une carte à l'échelle 1/20 000 ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

$$5 \text{ km} = 5\,000 \text{ m} = 500\,000 \text{ cm}$$

Réel (cm)	20 000	500 000	 : 20 000
Plan (cm)	1	?	

$$? = 500\,000 : 20\,000 = 25 \text{ cm}$$


La distance sur le plan est égale à 25 cm.

2) Calculer une échelle

Un bateau de 25 m correspond à une longueur de 10 cm sur son modèle réduit. Quelle est l'échelle de réduction ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

$$25 \text{ m} = 2\,500 \text{ m}$$

Modèle réduit (en cm)	10	1	
Réel (en cm)	2 500	?	

$$10 \times ? = 2\,500 \text{ donc } ? = 2\,500 : 10 = 250$$

L'échelle de cette maquette est 1/250.

IV. Utiliser des pourcentagesExemple

Dans un collège de 500 élèves, on a dénombré que 300 élèves possèdent un vélo. Quel pourcentage des élèves du collège possèdent un vélo ?

Cette situation revient à déterminer le nombre **t** dans le tableau de proportionnalité suivant :

Élèves qui ont un vélo	3	t
Élèves du collège	5	100

$$(3 : 5) \times 100$$

Donc, 60 % des élèves ont un vélo dans ce collège.

Remarque

On peut aussi déterminer **t** en utilisant les propriétés sur les colonnes, en remarquant que $100 = 5 \times 20$ donc $t = 3 \times 20 = 60$.


2. Calculer un pourcentage d'une quantitéExemple

Pendant la période des **soldes**, une remise de 30% est appliquée sur le prix d'un pantalon. Le pantalon vaut initialement 70 euros.

Quel est le montant de la réduction ? Combien coûte le pantalon une fois la remise appliquée ?

- Calcul de la réduction :

Prix initial	70	100
Réduction	?	30


 $\times \frac{30}{100}$

$$70 \times \frac{30}{100} = \frac{70 \times 30}{100} = 21$$

La réduction est de 21 €

- Calcul du nouveau prix :

$$70 - 21 = 49$$

Le nouveau prix du pantalon est de 49 €.

I Nombres relatifs

a/ Ecriture des nombres relatifs.

Définition :

Les nombres négatifs s'écrivent avec un signe $-$.

→ Les nombres négatifs sont inférieur à 0.

Exemples

-3 ; $-2,7$ sont des nombres négatifs

$-3 < 0$

Définition : nombres positifs

Les nombres positifs s'écrivent avec le signe $+$ ou sans signe.

→ Les nombres positifs sont supérieur à 0

Exemples

$+10$; $+7,2$ sont des nombres positifs que l'on peut écrire s'il n'y a pas d'ambiguïté 10 et 7,2.

Définition : nombres relatifs.

Les nombres positifs et les nombres négatifs forment l'ensemble des nombres relatifs

Remarques

→ Grâce aux nombres négatifs, on pourra effectuer des soustractions qui étaient jusqu'alors impossibles. Par exemple $8 - 10 = -2$.

→ Le nombre zéro est à la fois positif et négatif.

b/ Les nombres relatifs opposés.

Définition

Deux nombres relatifs opposés sont deux nombres relatifs qui ont la même partie numérique mais qui n'ont pas le même signe.

Exemple

$-2,3$ et $+2,3$ sont deux nombres opposés

On dit aussi $-2,3$ est l'opposé de $+2,3$ ou que $2,3$ est l'opposé de $-2,3$.

II Repérage sur une droite graduée.a/ Droite graduée.

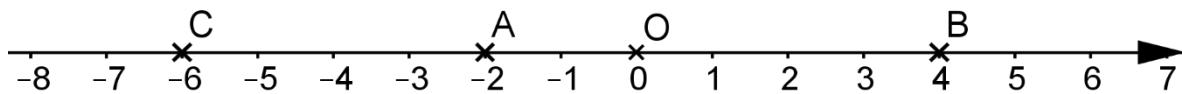
Une droite graduée (ou axe) est une droite sur laquelle on a fixé :

- Un point appelé **origine du repère**, repéré par 0.
- Un **sens de parcours** symbolisé par **une flèche**.
- Une graduation reportée régulièrement.

Le point O est appelé l'origine de la droite graduée.

Le point I est le point unité

Les points O et I forment un repère de la droite graduée (O,I)

b/ Abscisse d'un point.

On repère chaque point de la droite par un nombre relatif appelé abscisse du point.

- L'origine du repère O a pour abscisse 0

Exemple

A a pour abscisse -2 : $A(-2)$

B a pour abscisse $+4$: $B(+4)$.

C a pour abscisse -6 : $C(-6)$

III. Repérage dans le plan.Définition

Deux droites graduées perpendiculaires forment un repère orthogonal du plan.

L'axe horizontal est l'axe des abscisses.

L'axe vertical est l'axe des ordonnées.

Dans un repère, tout point du plan est repéré par deux nombres relatifs appelés les coordonnées du point.

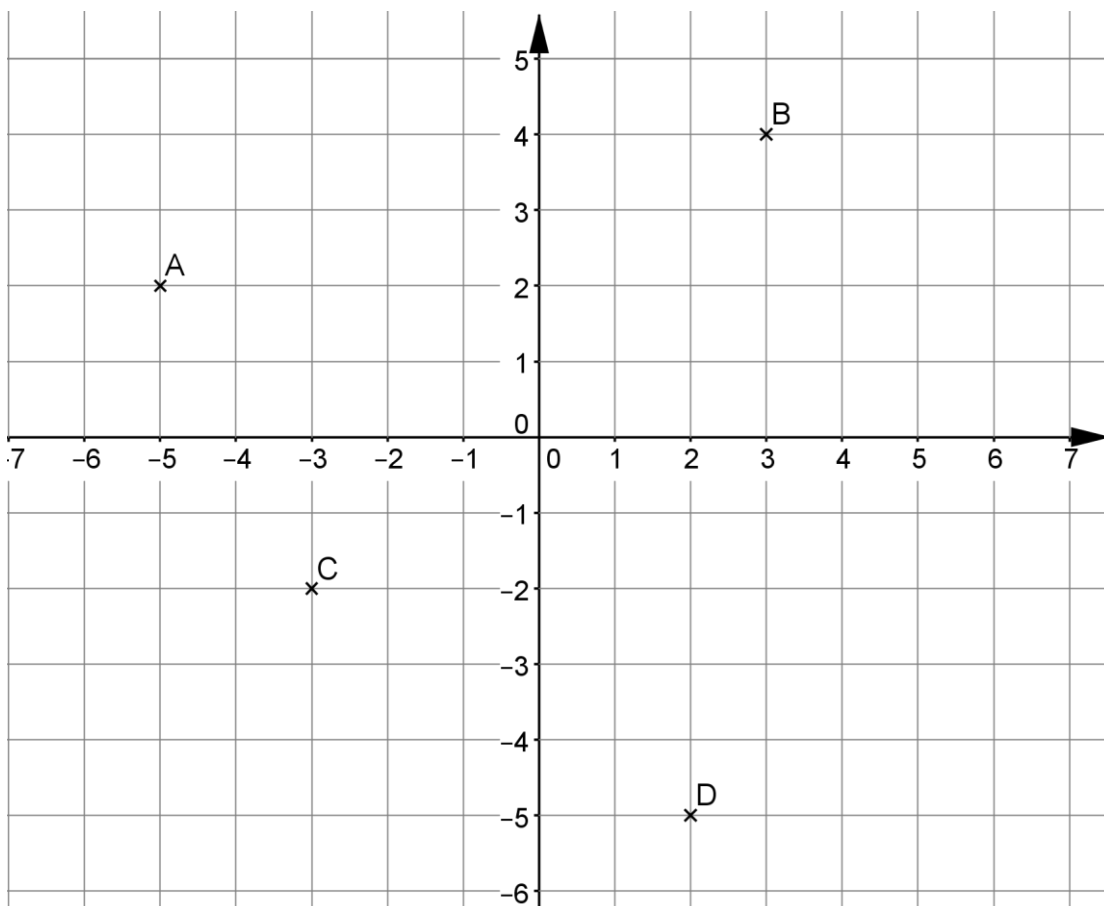
Le premier nombre est l'abscisse du point (sur l'axe des abscisses).

Le second est l'ordonnée du point (sur l'axe des ordonnées).

Exemple.

A a pour abscisse -5 et pour ordonnée 2 . Les coordonnées de A sont $A(-5 ; 2)$.

$B(3 ; 4)$; $C(-3 ; -2)$; $D(2 ; -5)$



IV. Comparaison de deux nombres relatifsa/ Utilisation d'une droite graduée.

Sur une droite graduée, si un point A est placé « avant » un point B, alors l'abscisse de A est inférieure à l'abscisse de B.

Exemple :b/ Comparaison de deux nombres positifs.**Propriété**

De deux nombres positifs, le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.
(C'est le nombre le plus près de zéro)

Exemple

$$+ 7,5 < + 8,6$$

c/ Comparaison de deux nombres négatifsPropriété

De deux nombres négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro. (C'est celui qui est le plus éloigné de zéro)

Exemple

$$- 8,3 > - 10,5 \text{ car } 8,3 < 10,5$$

d/ Comparaison d'un nombre positif et d'un nombre négatif.Propriété

Un nombre négatif est inférieur à un nombre positif.

Exemple

$$- 5,3 < + 2,3 \text{ car } - 5,3 \text{ est négatif et } + 2,3 \text{ est positif.}$$

Chapitre 7

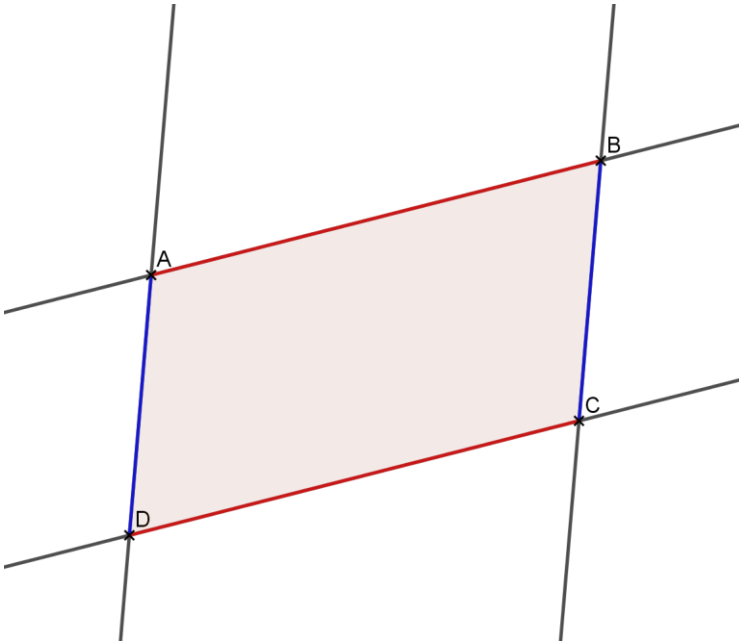
Le parallélogramme – Partie 2

[Sommaire](#)

1/ En utilisant la définition :

Propriété 1

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.



Je sais que :

$(AD) \parallel (BC)$ et $(AB) \parallel (DC)$.

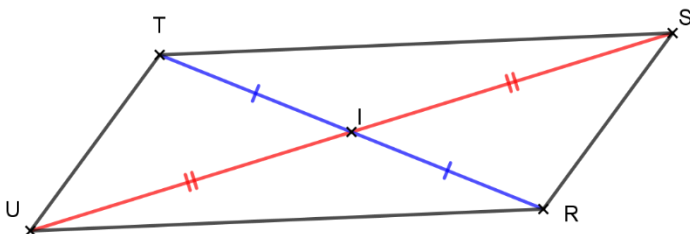
Donc, je peux en conclure que :

ABCD est un parallélogramme.

2. En utilisant les diagonales.

Propriété 2

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



Je sais que :

I est le milieu des diagonales [RT] et [SU]

Donc, je peux conclure que :

RSTU est un parallélogramme.

3. En utilisant les côtés.Propriété 3

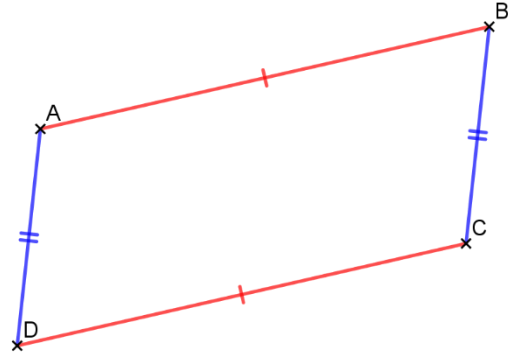
Si un quadrilatère **non croisé** a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Je sais que :

$AB = DC$ et $AD = BC$
De plus ABCD est non croisé.

Donc, je peux conclure que :

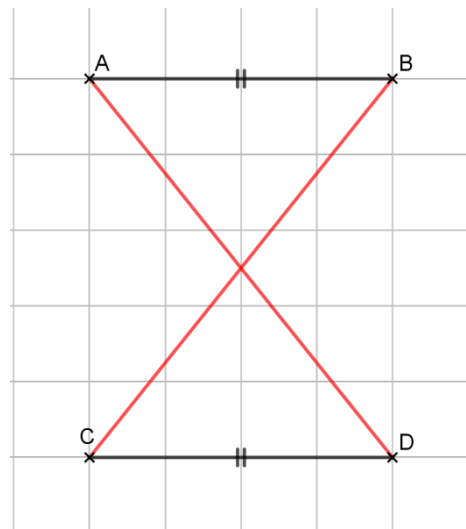
ABCD est un parallélogramme

Remarque

Sur la figure ci-contre,

$AB = CD$ et $AD = BC$.

Mais le quadrilatère ABCD est croisé, donc ce n'est pas un parallélogramme.



Propriété 4

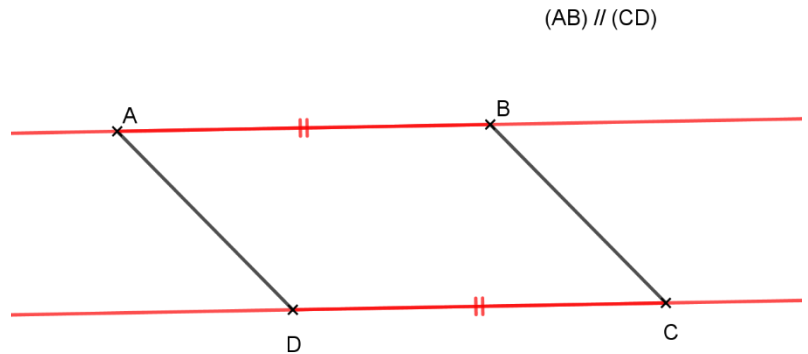
Si un quadrilatère **non croisé** a deux côtés opposés de même longueur et parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Je sais que :

$AB = DC$ et $(AB) \parallel (CD)$
De plus ABCD est non croisé.

Donc, je peux conclure que :

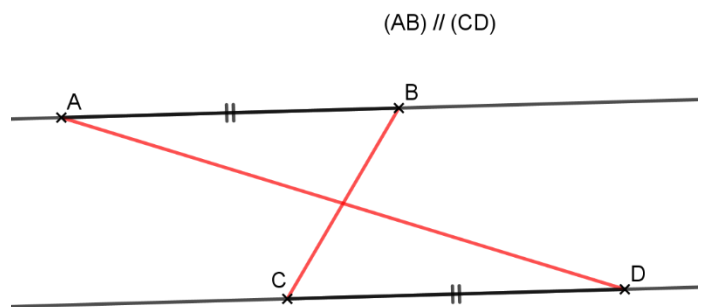
ABCD est un parallélogramme

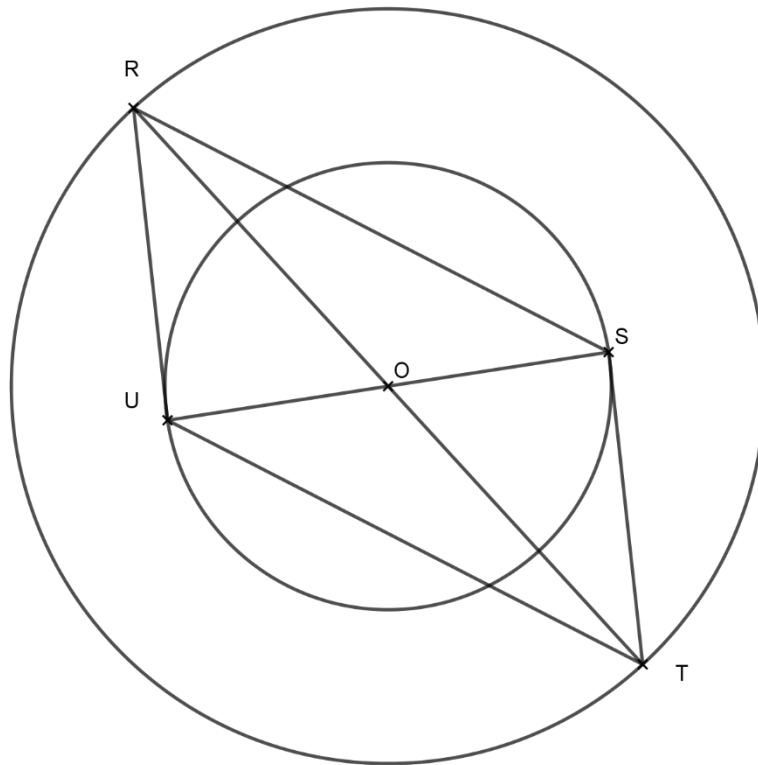
Remarque

Sur la figure ci-contre,

$AB = CD$ et $(AB) \parallel (CD)$.

Mais le quadrilatère ABCD est croisé, donc ce n'est pas un parallélogramme.





Je sais que :

O est le milieu des diamètres [RT] et [SU]

Or, je connais la propriété suivante :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc, je peux conclure que

RSTU est un parallélogramme

Chapitre 8

La distributivité

[Sommaire](#)

Propriété : Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction.

Les égalités suivantes sont vraies quels que soient les nombres a , b et k .

$$\bullet k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$\bullet k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction.

Exemples

$$12 \times (5 + 7) = 12 \times 5 + 12 \times 7$$

Calcul malin

$$46 \times 101$$

$$= 46 \times (100 + 1)$$

$$= 46 \times 100 + 46 \times 1$$

$$= 4\,600 + 46$$

$$= 4\,646$$

Application au calcul littéral : réduction d'une expression littérale.

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire le plus simplement possible en respectant les règles du calcul algébrique.

Exemples

$$A = 7x + 3x$$

$$A = (7 + 3) \times x$$

$$A = 10x$$

Donc $7x + 3x = 10x$ pour n'importe quelle valeur de x .

$$B = 7,3x - 4,6x$$

$$B = (7,3 - 4,6)x$$

$$B = 2,7x$$

Attention :

$$4 + 3x \neq 7x$$

Pour $x = 2$, on a :

$$4 + 3x$$

$$= 4 + 3 \times 2$$

$$= 10$$

$$7x$$

$$= 7 \times 2$$

$$= 14$$

Développer une expression .

Développer une expression littérale, c'est transformer les multiplications en une somme algébrique de plusieurs produits.

$$A = 2(x + 3)$$

$$A = 2 \times x + 2 \times 3$$

$$A = 2x + 6$$

Factoriser

Factoriser, c'est transformer les sommes algébriques sous la forme d'un produit.

$$B = 2x + 2y$$

$$C = 4x - 12$$

$$B = 2(x + y)$$

$$C = 4 \times x - 4 \times 3$$

$$C = 4(x - 3)$$

Chapitre 9

Vocabulaire sur les angles

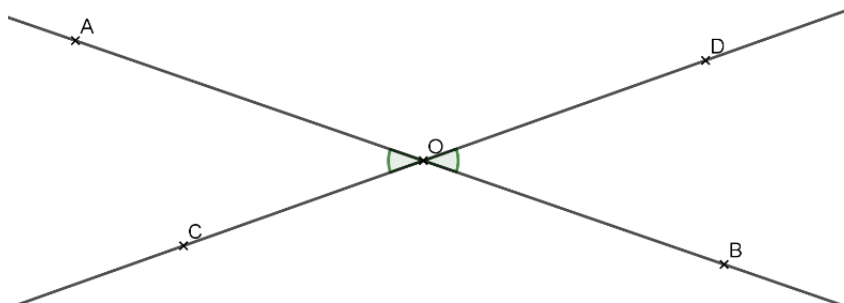
[Sommaire](#)

I. Angles opposés par le sommet.

Définition

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont le même sommet et dont les côtés forment deux droites sécantes.

\widehat{AOC} et \widehat{BOD} sont opposés par le sommet



Propriété.

Deux angles opposés par le sommet sont symétriques par rapport à leur sommet commun.

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

\widehat{AOC} et \widehat{BOD} sont opposés par le sommet donc $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$.

Remarque :

Il y a deux autres angles opposés par le sommet : \widehat{AOD} et \widehat{BOC} .

II. Angles adjacents

Définition

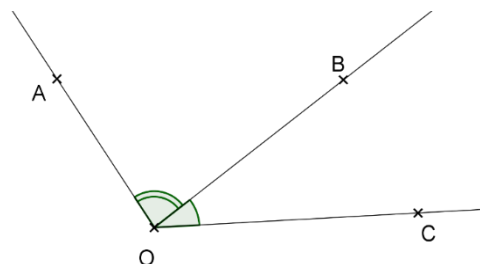
Deux angles sont adjacents si ils ont :

- Le même sommet ;
- Un côté en commun ;
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun

Les angles \widehat{AOB} et \widehat{BOC} sont adjacents.

Remarque

$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}$$



III. Angles supplémentaires, Angles complémentairesDéfinition

Deux angles sont supplémentaires si la somme de leur mesure est égale à 180° .

Exemples

$$1. \widehat{AOB} + \widehat{FED} = 57 + 123 = 180^\circ$$

Donc les angles \widehat{AOB} et \widehat{FED} sont des angles supplémentaires.

2. Les points A, O et B sont alignés donc l'angles \widehat{AOB} est un angle plat.

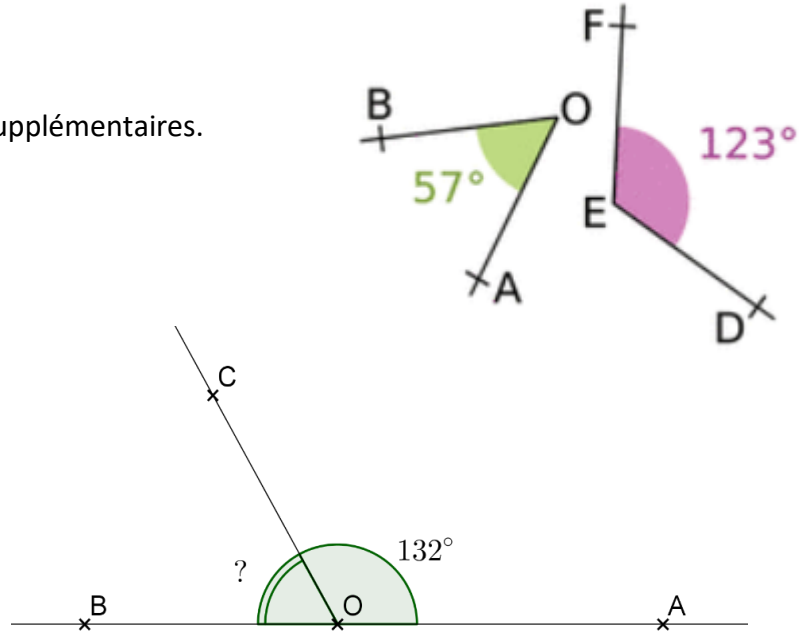
Ainsi, les angles \widehat{AOC} et \widehat{COB} sont des angles adjacents supplémentaires.

Par conséquent,

$$\widehat{BOC} = 180 - \widehat{AOC}$$

$$\widehat{BOC} = 180 - 132$$

$$\widehat{BOC} = 48^\circ$$

Définition

Deux angles sont complémentaires si la somme de leur mesure est égale à 90° .

1/ Sur la figure suivante, $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 90^\circ$.

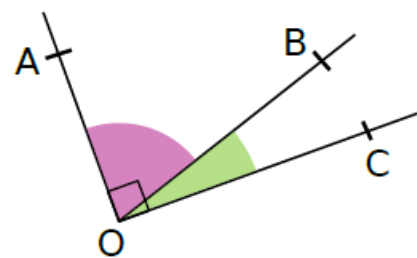
Donc, \widehat{AOB} et \widehat{BOC} sont des angles complémentaires.

2/ \widehat{RST} et \widehat{ABC} sont des angles complémentaires. On donne $\widehat{RST} = 37^\circ$. Quel est la mesure de l'angle \widehat{ABC} ?

$$\widehat{ABC} = 90 - \widehat{RST}$$

$$\widehat{ABC} = 90 - 37$$

$$\widehat{ABC} = 53^\circ$$



Chapitre 10

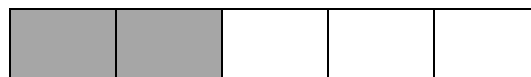
Les nombres rationnels

[Sommaire](#)

I. Fraction proportion

Le rectangle suivant a été partagé en 5 parties égales. Deux parties sont colorées.

On dit que l'on a colorié $\frac{2}{5}$ du rectangle.



$\frac{2}{5}$ est la proportion du rectangle qui est colorié.

II. Nombres rationnels

1/ Quotient de deux nombres

Le quotient de **a** par **b** est le nombre qui, multiplié par **b**, donne comme résultat le nombre **a**.

Le quotient de **a** par **b** est noté $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

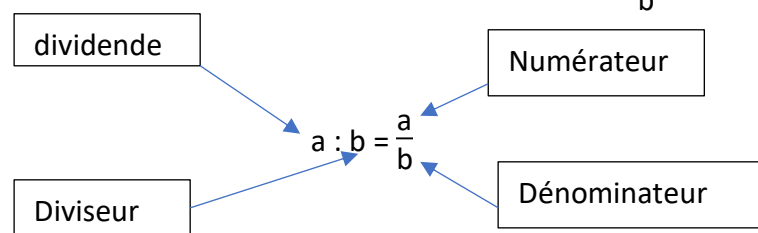
$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du quotient de a par b.

Ainsi, on peut écrire :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

Le quotient de a par b est le résultat de la division de a par b.

Si les deux nombres sont des entiers, nous dirons que $\frac{a}{b}$ est une fraction.



2/ Nombres rationnels

Définition

Un nombre rationnel est un nombre qui est le quotient de deux nombres entiers.

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exemple

Le nombre décimal 0,5 est un nombre rationnel. En effet : $0,5 = \frac{1}{2}$.

Le quotient de 2 par 3, n'est pas un nombre décimal. Mais $2 : 3 = \frac{2}{3}$ donc c'est un nombre rationnel.

Remarques

Tous les nombres décimaux sont des nombres rationnels. L'inverse n'est pas vrai.

Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels. (π)

III. Egalités de Fractionsa/ Fractions égales

Une fraction ne change pas de valeur lorsque l'on multiplie ou lorsque l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemple

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} = 0,75 \text{ donc } \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

b/ Simplification de fractionDéfinition

Simplifier une fraction c'est trouver une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemple :

$$\frac{42}{56} = \frac{21 \times 2}{28 \times 2} = \frac{21}{28} \text{ On dit qu'on a simplifié la fraction par 2.}$$

Remarque :

$$\frac{21}{28} \text{ peut être encore simplifiée. } \frac{21}{28} = \frac{7 \times 3}{7 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$ ne peut plus être simplifiée, on dit que c'est **une fraction irréductible**.

c/ Division de deux nombres décimaux.

Pour diviser deux nombres décimaux :

- ▶ On rend entier son diviseur en le multipliant par 10 ou 100 ou 1 000... ; on doit multiplier son dividende, comme son diviseur, par 10, 100 ou 1 000...
- ▶ On effectue la division obtenue.

Exemples :

$$\blacktriangleright 24 : 0,4 = \frac{24}{0,4} = \frac{24 \times 10}{0,4 \times 10} = \frac{240}{4} = 60$$

$$\blacktriangleright 0,365 : 0,05 = \frac{0,365}{0,05} = \frac{0,365 \times 100}{0,05 \times 100} = \frac{36,5}{5} = 36,5 : 5 = 7,3$$

IV. Comparaison d'écritures fractionnaires.a/ Comparaison au nombre 1.

- * Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est inférieur à son dénominateur, alors ce nombre est inférieur à 1.
- * Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors ce nombre est supérieur à 1.
- * Si le numérateur et le dénominateur d'un nombre en écriture fractionnaire sont égaux, alors ce nombre est égal à 1.

Exemple :

$$\frac{25}{32} < 1 \quad \frac{325}{320} > 1$$

b/ Comparaison de deux fractions.

Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur.

Propriété

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Autrement dit :

Deux fractions ayant le même dénominateur sont rangées dans l'ordre de leurs numérateurs.

Si $a < b$ et $c \neq 0$, alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Exemple

$\frac{256}{45} < \frac{278}{45}$ car les deux fractions ont le même dénominateur et $256 < 278$;

Comparer $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.

■ On commence par les réduire au même dénominateur : $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{21}{15}$

■ Les fractions ont le même dénominateur, on peut les comparer en comparant leurs numérateurs : $21 < 22$ donc : $\frac{21}{15} < \frac{22}{15}$.

■ On en déduit que $\frac{7}{5} < \frac{22}{15}$

IV. Angles définis par deux droites et une sécante

Angles alternes-internes

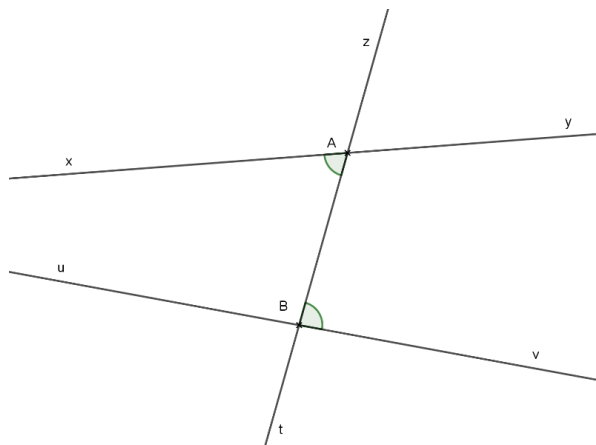
Définition

Les deux droites (xy) et (uv) sont coupées par la droite (tz) en A et B.

Les angles \widehat{xAt} et \widehat{vBz} sont appelés des **angles alternes-internes**.

Alternes : ils sont de part et d'autre de la sécante (tz)

Internes : ils sont « entre » les deux droites (xy) et (uv)



Remarque :

Les angles \widehat{yAt} et \widehat{uBz} sont aussi alternes internes.

Propriété :

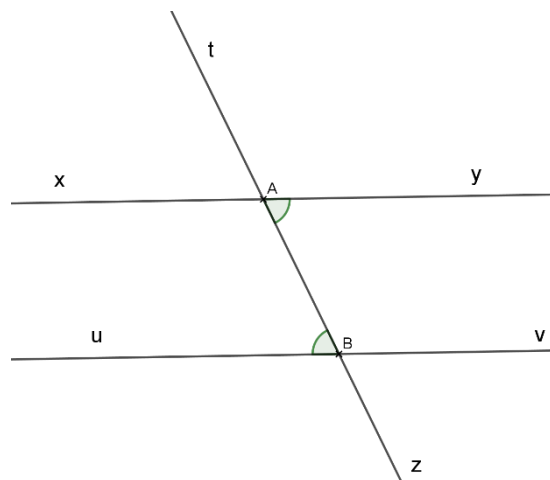
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes – internes qu'elles définissent sont égaux.

Les droites (xy) et (uv) sont parallèles et coupées par la sécante (tz) .

Les angles \widehat{uBt} et \widehat{yAz} sont alternes – internes.

Conclusion :

$$\widehat{uBt} = \widehat{yAz}$$

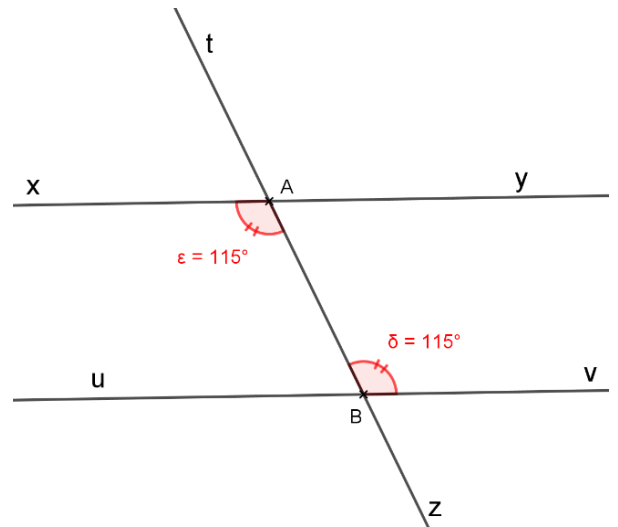


Propriété réciproque

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes-internes égaux alors ces deux droites sont parallèles.

Exemple :

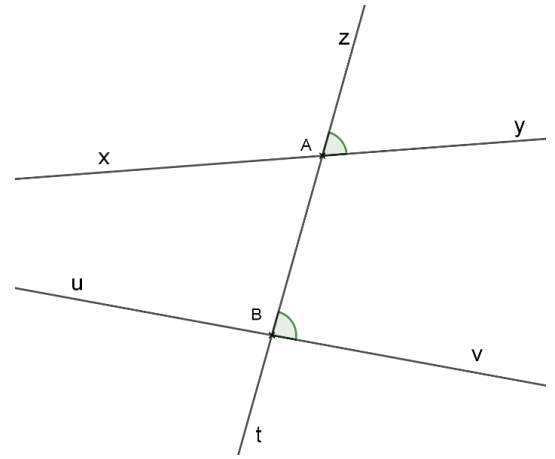
Les droites (xy) et (uv) forment avec la sécante (tv) des angles alternes-internes \widehat{xAz} et \widehat{vBt} égaux alors les droites (xy) et (uv) sont parallèles



V. Angles correspondants

Les deux droites (xy) et (uv) sont coupées par la droite (tz) en A et B.

Les angles \widehat{yAz} et \widehat{vBz} sont appelés des **angles correspondants**.

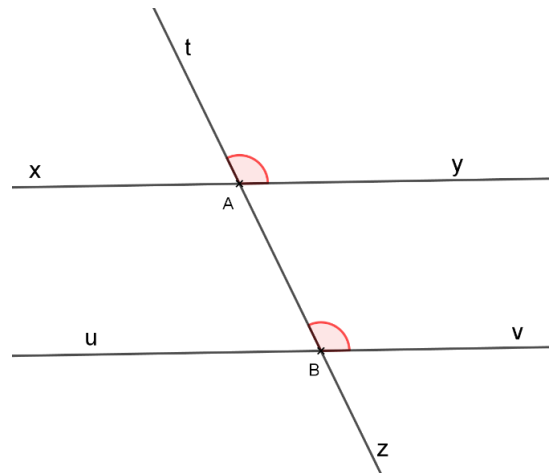
Remarques :

Sur cette figure, il y a d'autres angles correspondants.

Deux angles alternes-internes ne sont pas forcément égaux.

Propriété.

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants sont égaux.



Les parallèles (xy) et (uv) sont coupées par la sécante (tz) .

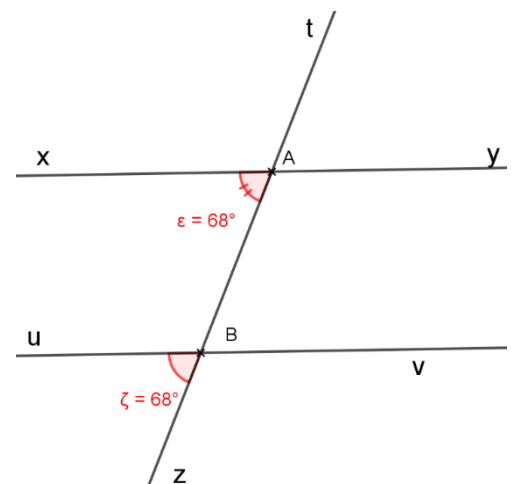
Les angles correspondants \widehat{tAy} et \widehat{tBv} qu'elles définissent sont égaux.

$$\text{Donc } \widehat{tAy} = \widehat{tBv}$$

Propriété.

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles correspondants égaux, alors ces deux droites sont parallèles.

Les droites (xy) et (uv) sont coupées par la sécante (tz) en formant des angles correspondants \widehat{xAz} et \widehat{uBz} égaux, donc les droites (xy) et (uv) sont parallèles.



I. Vocabulaire statistiqueDéfinition

- Une étude statistique porte sur une population, que l'on appelle aussi population statistique.
- Le nombre d'individus de cette population s'appelle l'effectif total.
- L'ensemble des données statistiques que l'on étudie est le caractère, que l'on appelle aussi caractère statistique.
- Une série statistique est **un tableau d'effectif** avec :
 - en première ligne, **les valeurs** du caractère statistique étudié
 - en deuxième ligne, l'effectif de la valeur.

Exemple :

On étudie la répartition des salaires mensuels d'une petite start-up (spécialisée dans la conception de jeux vidéo) de 20 personnes (il faut du monde : des programmeurs, des dessinateurs, des designers du son...) :

2000 2200 2200 2100 2500 2000 2500 2000 3000
 2200 2100 2000 2100 2000 2100 2000 2500 2200
 2100 2000

- La population étudiée : il s'agit des 15 personnes salariées de l'entreprise.
- L'effectif total est 20.
- Le caractère étudié est le salaire mensuel.
- Tableau d'effectif de la série statistique :

Salaire mensuel (en €)	2 000	2 100	2 200	2 500	3 000	Total
Effectif	7	5	4	3	1	20

II. FréquenceDéfinition : fréquence

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif de la donnée}}{\text{Effectif total}}$$

Remarques :

- Une fréquence peut être donnée sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage
- Une fréquence est un nombre compris entre 0 et 1.
- La somme de toutes les fréquences est égale à 1

Exemple :

Calcul de la **fréquence** du salaire 2200€ :

$$f = \frac{4}{20} \text{ soit } f = 0,2 \text{ donc } f = 20\%$$

Cela signifie que dans l'entreprise, 20% des salariés touchent 2200€ par mois.

Salaires mensuels (en €)	2 000	2 100	2 200	2 500	3 000
Effectif	7	5	4	3	1
Fréquence en %	35	25	20	15	5
Fréquence sous forme de fraction	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$	$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$
Fréquence sous forme de nombre décimal.	0,35	0,25	0,2	0,15	0,05

III. Diagramme circulaire.

Représentation sous forme d'un diagramme circulaire de la série statistique.

Calcul de l'angle au centre de la valeur 2000 €.

$$360 \times \frac{7}{20} = 360 \times (7 : 20) = 126^\circ$$

$$360 \times 0,35 = 360 \times \frac{35}{100}$$

Calcul de l'angle au centre de la valeur 2 100 €.

$$360 \times \frac{5}{20} = 360 \times (5 : 20) = 90^\circ$$

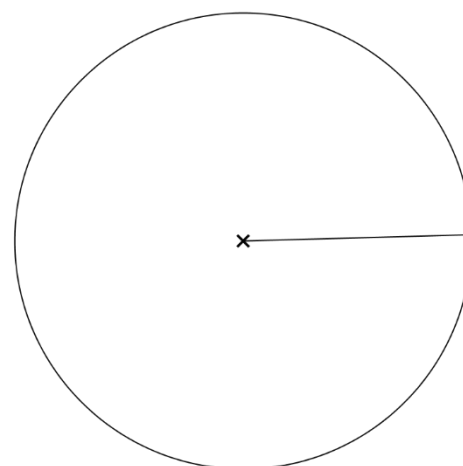
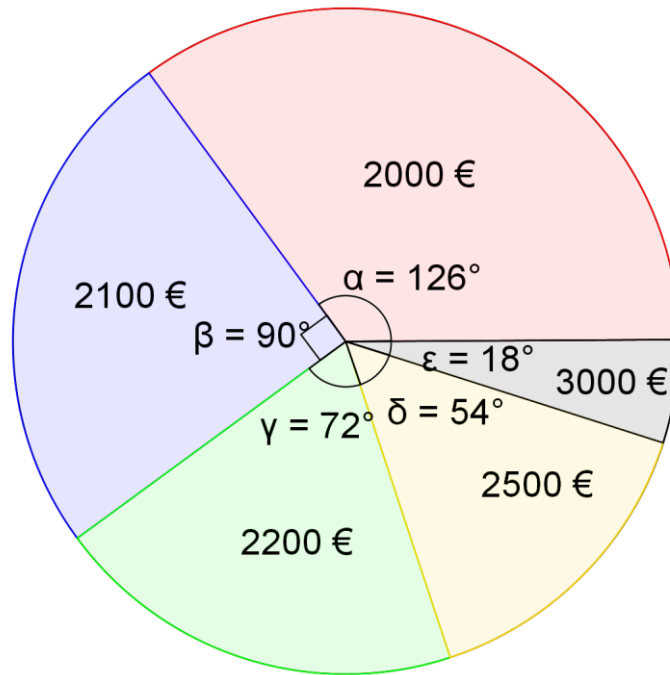


Tableau récapitulatif

Salaire mensuel (en €)	2 000	2 100	2 200	2 500	3 000
Effectif	7	5	4	3	1
Angle au centre associé	126°	90°	72°	54°	18°

On construit ensuite le diagramme circulaire avec le rapporteur en rapportant les différents angles à partir du centre du cercle et d'un rayon tracer au préalable.



Pour un diagramme semi-circulaire, on remplace 360° par 180° .

IV. Calculs de moyennesa) Moyenne simpleDéfinition

La moyenne simple d'une série de données est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Remarque :

- La moyenne d'une série de données n'est pas forcément égale à l'une des données.
- La moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

Exemple :

Calcul de la « **moyenne simple** » m des salaires mensuels :

$$m = \frac{2000+2200+2200+2100+2500+2000+2500+2000+3000+2200+2100+2000+2100+2000+2100+2000+2500+2200+2100+2000}{20}$$

$$m = \frac{43800}{20} = 2190$$

Le salaire moyen dans cette start-up est de 2 190 € par mois.

b) Moyenne pondéréeDéfinition : moyenne pondérée

La moyenne pondérée d'une série de données est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif divisée par l'effectif total :

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple :

Calcul de la **moyenne pondérée** M des salaires mensuels :

$$M = \frac{7 \times 2000 + 5 \times 2100 + 4 \times 2200 + 3 \times 2500 + 1 \times 3000}{20} = 2190$$

Le salaire moyen dans cette entreprise est de 2190 € par mois.