

I. Equation produit nul.a/ Propriétés.

→ Si un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.

Autrement dit : Quel que soit le nombre x , $0 \times x = 0$

→ Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul

Autrement dit : Sachant $A \times B = 0$, on peut dire que $A = 0$ ou $B = 0$

b/ Application à la résolution d'une équation produit nul.

Résoudre $(2x + 3)(5x + 4) = 0$

C'est une équation produit nul, donc :

$$2x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x + 4 = 0$$

$$2x = -3 \quad \quad \quad 5x = -4$$

$$x = \frac{-3}{2} \quad \quad \quad x = \frac{-4}{5}$$

Donc l'équation a deux solutions qui sont $\frac{-3}{2}$ et $\frac{-4}{5}$

II. Résolution de l'équation $x^2 = a$

Soit à résoudre $x^2 = a$ avec $a > 0$.

On a :

$$x^2 - a = 0$$

$$x^2 - \sqrt{a}^2 = 0$$

On reconnaît l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

On factorise.

$$(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$$

Si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul, donc :

$$x - \sqrt{a} = 0$$

ou

$$x + \sqrt{a} = 0$$

$$x = \sqrt{a}$$

$$x = -\sqrt{a}$$

Les solutions de l'équation sont \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$

Si $a = 0$, alors la solution est double et c'est 0.

Si $a < 0$, alors \sqrt{a} n'a pas de sens, donc l'équation n'a pas de solution.

Propriété.

→ Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a}

→ L'équation $x^2 = 0$ admet une solution : 0

→ Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemples :

$x^2 = 7$ cette équation a deux solutions $-\sqrt{7}$ et $\sqrt{7}$.