I. Equation à une inconnue

Vocabulaire

Une équation est une égalité entre deux expressions littérales. Les lettres dans les équations sont appelées **les inconnues**. L'égalité est vraie pour certaines valeurs de ces inconnues. Ces valeurs sont **les solutions** de l'équation.

Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver toutes les solutions de l'équation.

Résolution d'une équation du premier degré.

Exemple :

Résoudre l'équation $7x - 2 = 3x + 12$

$7x - 2 = 3x + 12$

$7x - 2 + 2 = 3x + 12 + 2$ →On ajoute 2 aux deux membres de l'égalité.

$7x = 3x + 14$

$7x - 3x = 3x + 14 - 3x$ →On soustrait $3x$ aux deux membres de l'égalité.

$4x = 14$

$x = \frac{14}{4}$ →On divise les deux membres de l'égalité par 4

$x = 3{,}5$

La solution de l'équation 3,5

On peut noter : $\mathcal{S} = \{3{,}5\}$

Résolution d'un problème en utilisant une équation.

Pour résoudre un problème en posant une équation, on suivra toujours cette méthode :

1/ On choisit l'inconnue.

2/ On traduit l'énoncé par une équation.

3/ On résout l'équation.

4/ On vérifie au brouillon si la réponse est juste et plausible.

5/ On rédige la réponse.

Paul calcule que s'il achète deux croissants et une brioche à 1,83 €, il dépense 0,47 € de plus que s'il achète quatre croissants.

Quel est le prix en euros d'un croissant ?

1/ On désigne par x le prix d'un croissant en euros.

2/ Le prix en euros de deux croissants et d'une brioche est donné par :

$2x + 1{,}83$

Le prix en euros de quatre croissants est égal à :

$4x$

Comme il dépense 0,47 € de plus si il achète 4 croissants, on obtient l'équation suivante :

$$2x + 1{,}83 = 4x + 0{,}47$$

3/ Résolution de l'équation

$$\begin{aligned}
2x + 1{,}83 &= 4x + 0{,}47 \\
2x - 4x &= 0{,}47 - 1{,}83 \\
-2x &= -1{,}36 \\
x &= \frac{-1{,}36}{-2} \\
x &= 0{,}68
\end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{0{,}68\}$$

4/ Vérification (au brouillon).

Vérification : $2 \times 0{,}68 + 1{,}83 = 3{,}19$ et $4 \times 0{,}68 = 2{,}72$

On a bien : $3{,}19 - 2{,}72 = 0{,}47$.

Le prix d'un croissant peut être 0,68 €.

5/ Phrase réponse.

Le prix d'un croissant est 0,68 €.

Exemple :

Jean achète une tarte et huit croissants. Le tout coûte 28.38 €. La tarte coûte 21.50 €.

Calculer le prix d'un croissant.

→ Soit x le prix d'un croissant en euros.	→On choisit l'inconnue : ici, le prix d'un croissant.
→ J'achète 8 croissants donc $8x$ x est solution de l'équation : $8x + 21{,}5 = 28{,}38$ →Ce qui donne : $8x = 28{,}38 - 21{,}5$ $8x = 6{,}88$ $x = \frac{6{,}88}{8}$ $x = 0{,}86$ $\mathcal{S} = \{0{,}86\}$	→ On traduit l'énoncé « la tarte et les 5 croissants coûtent 91,80 F. → On résout l'équation.
→ Un croissant coûte 0,86 €.	→ On rédige la réponse.

II. Equation produit nul.

a/ Propriétés.

→ Si un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.

Autrement dit : Quel que soit le nombre x, **0** × **x = 0**

→ Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul

Autrement dit : Sachant A × B = 0, on peut dire que A = 0 ou B = 0

b/ Application à la résolution d'une équation produit nul.

Résoudre $(2x+3)(5x+4)=0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs est nul ; donc

$2x+3=0$	ou	$5x+4=0$
$2x=-3$		$5x=-4$
$x=\frac{-3}{2}$		$x=\frac{-4}{5}$

Donc l'équation $(2x+3)(5x+4)=0$ a deux solutions qui sont $\frac{-3}{2}$ et $\frac{-4}{5}$

III. Résolution de l'équation $x^2 = a$

Soit à résoudre $x^2 = a$ avec a $>$ 0.

On a :

$$x^2 - a = 0$$

$$x^2 - \sqrt{a}^2 = 0$$

On reconnait l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

On factorise.

$$\left(x - \sqrt{a}\right)\left(x + \sqrt{a}\right) = 0$$

Si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul, donc :

$x - \sqrt{a} = 0$ ou $x + \sqrt{a} = 0$

$x = \sqrt{a}$ $\qquad$ $x = -\sqrt{a}$

Les solutions de l'équation sont $\sqrt{a}$et $-\sqrt{a}$

Si a = 0, alors la solution est double et c'est 0.

Si a < 0, alors $\sqrt{a}$ n'a pas de sens, donc l'équation n'a pas de solution.

Propriété.

→ Si a > 0, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$

→ L'équation $x^2 = 0$ admet une solution : 0

→ Si a < 0 alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemples :

$x^2 = 7$ cette équation a deux solutions $-\sqrt{7}$ et $\sqrt{7}$.